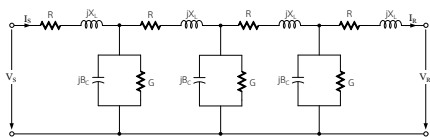


หน่วยที่ 5 การคำนวณหากระแสและแรงดันในสายส่งกำลังไฟฟ้า

Unit 5 Voltage and Current in Transmission Line

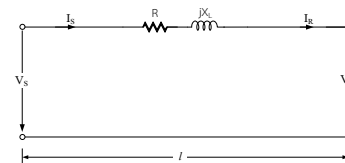


ในการวิเคราะห์วงจรเทียบเคียงที่ใช้แทนสายส่งจะแบ่งตามความยาวของสายส่งเป็น 3 ประเภท คือ

- 1) สายส่งระยะสั้น (Short transmission line) มีความยาวไม่เกิน 50 mile (80 km)
- 2) สายส่งระยะปานกลาง (Medium transmission line) มีความยาวระหว่าง 50 - 150 mile (80 - 240 km)
- 3) และสายส่งระยะยาว (Long transmission line) มีความยาวมากกว่า 150 mile (240 km)

1

5.1 สายส่งกำลังไฟฟ้าระยะสั้น (Short transmission line)



เมื่อ R = ความต้านทานของสายส่งต่อเฟส
 X_L = อินдукติฟรีแอกแตนซ์ของสายส่งต่อเฟส
 Z = อิมพีแดนซ์ของสายส่งต่อเฟส
 l = ความยาวของสายส่ง
 V_S, I_S = แรงดันและกระแสไฟฟ้าด้านต้นสาย (Sending end)
 V_R, I_R = แรงดันและกระแสไฟฟ้าด้านปลายสาย (Receiving end)

2

5.1.1 วิธีพีชคณิตเชิงซ้อน

วิธีนี้ทำได้โดยนำพหุคูณวงจรวัดไฟฟ้ามาวัดพิจารณา จะได้สมการดังนี้

$$V_S = V_R + I_R Z$$

$$I_S = I_R = I$$

$$V_R = V_S - I_R Z$$

จัดสมการ ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ (Matrix)

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

กำหนดให้ ABCD เป็นค่าคงที่ของสายส่ง โดย $A = 1, B = Z, C = 0$ และ $D = 1$

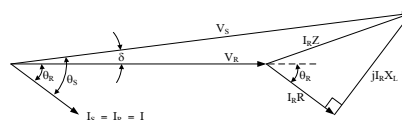
$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

3

5.1.2 วิธีเฟสเซอร์โดยแอมแปร์

แบ่งตามลักษณะของโหลดออกเป็น 3 กรณี คือ

- 1) กรณีสายส่งระยะสั้นมีค่าตัวประกอบกำลัง (Power factor) ล้าหลัง (Lagging)

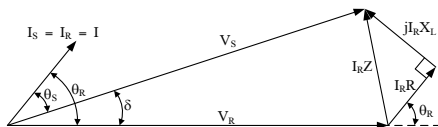


เฟสเซอร์โดยแอมแปร์ค่าตัวประกอบกำลังล้าหลัง (Lagging)

$$V_S = \sqrt{(V_R \cos \theta_R + I_R R)^2 + (V_R \sin \theta_R + I_R X_L)^2}$$

4

- 2) กรณีสายส่งระยะสั้นมีค่าตัวประกอบกำลัง (Power factor) นำหน้า (Leading)

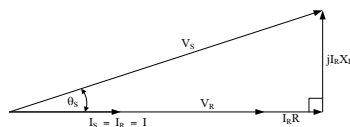


เฟสเซอร์โดยแอมแปร์ค่าตัวประกอบกำลังนำหน้า (Leading)

$$V_S = \sqrt{(V_R \cos \theta_R + I_R R)^2 + (V_R \sin \theta_R - I_R X_L)^2}$$

5

- 3) กรณีสายส่งระยะสั้นมีค่าตัวประกอบกำลัง (Power factor) เท่ากับ 1 (Unity)



เฟสเซอร์โดยแอมแปร์ค่าตัวประกอบกำลังเท่ากับ 1 (Unity)

$$V_S = \sqrt{(V_R + I_R R)^2 + (I_R X_L)^2}$$

$$\delta = \theta_S - \theta_R$$

เมื่อ θ_S = มุมต่างเฟสระหว่าง I_S กับ V_S
 θ_R = มุมต่างเฟสระหว่าง I_R กับ V_R
 δ = มุมของโหลด

6

5.1.3 การควบคุมแรงดันไฟฟ้า (Voltage regulation)

$$\text{Voltage regulation} = \frac{|V_{R,NL}| - |V_{R,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100$$

เมื่อ $|V_{R,NL}|$ = ขนาดของแรงดันไฟฟ้าด้านปลายสายต่อเฟสขณะไม่มีโหลด
 $|V_{R,FL}|$ = ขนาดของแรงดันไฟฟ้าด้านปลายสายต่อเฟสขณะจ่ายโหลดเต็มที่
 เนื่องจาก $|V_S|$ = ขนาดของแรงดันไฟฟ้าด้านต้นสายต่อเฟสขณะไม่มีโหลด
 และ $|V_R|$ = ขนาดของแรงดันไฟฟ้าด้านปลายสายต่อเฟสขณะจ่ายโหลดเต็มที่

$$\text{Voltage regulation} = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_R|} \times 100$$

7

5.1.4 ประสิทธิภาพของสายส่งระยะสั้น (Efficiency ; η)

$$\eta = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \times 100$$

$$\eta = \frac{\sqrt{3} V_R I_R \cos \theta_R}{\sqrt{3} V_S I_S \cos \theta_S} \times 100 = \frac{P_R}{P_S}$$

โดย

$$P_L = P_S - P_R$$

เมื่อ

 P_R = กำลังไฟฟ้าด้านปลายสายส่ง P_S = กำลังไฟฟ้าด้านต้นสายส่ง P_L = กำลังไฟฟ้าสูญเสียของสายส่ง

ถ้าต้องการหาประสิทธิภาพของสายส่งระยะสั้นในรูปของกำลังไฟฟ้าสูญเสีย (Loss) ทำได้ดังนี้

$$\eta = \frac{\text{Output}}{\text{Output} + \text{Loss}} \times 100$$

กรณีสายส่ง 1 เฟส

$$\eta = \frac{V_R I_R \cos \theta_R}{V_S I_S \cos \theta_S + 2 I_R^2 R} \times 100$$

กรณีสายส่ง 3 เฟส

$$\eta = \frac{\sqrt{3} V_R I_R \cos \theta_R}{\sqrt{3} V_S I_S \cos \theta_S + 3 I_R^2 R} \times 100$$

8

ตัวอย่างที่ 5.1 สายส่งกำลังไฟฟ้า 1 เฟส ระยะทาง 40 km จ่ายกำลังไฟฟ้าให้โหลดที่แรงดัน 22 kV, 2,000 kW มีเพาเวอร์แฟกเตอร์ 0.8 ล้าหลัง ตลอดระยะสายส่งมีค่าความต้านทานและรีแอคแตนซ์เป็น 4 Ω และ $j6 \Omega$ ตามลำดับ จงหาค่าต่างๆ ดังนี้

- แรงดันไฟฟ้าต้นสาย
- เพาเวอร์แฟกเตอร์ต้นสาย
- การควบคุมแรงดันไฟฟ้า
- ประสิทธิภาพของสายส่ง

วิธีทำ

ตัวอย่างที่ 5.2 สายส่งกำลังไฟฟ้า 3 เฟส ระยะทาง 50 km จ่ายกำลังไฟฟ้าให้โหลดแบบสมดุลที่แรงดัน 22 kV, 5,000 kW เพาเวอร์แฟกเตอร์ 0.8 ล้าหลัง สายส่งมีค่าความต้านทานและรีแอคแตนซ์ต่อเฟสต่อกิโลเมตรเป็น 0.1 Ω และ $j0.2 \Omega$ ตามลำดับ จงหาค่าต่างๆ ดังนี้

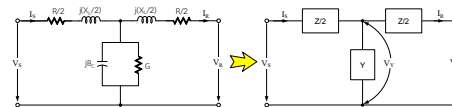
- แรงดันไฟฟ้าต้นสาย
- กระแสไฟฟ้าต้นสาย
- มุมค่าเฟสระหว่างแรงดันไฟฟ้าต้นสายกับปลายสาย
- เพาเวอร์แฟกเตอร์ต้นสาย
- การควบคุมแรงดันไฟฟ้า
- ประสิทธิภาพของสายส่ง

วิธีทำ

9

5.2 สายส่งกำลังไฟฟ้าระยะปานกลาง (Medium transmission line)

5.2.1 วงจรเทียบเคียงแบบ T (Nominal T circuit)



$$V_S = \left(1 + \frac{1}{2}ZY\right) V_R + \left(Z + \frac{1}{4}YZ^2\right) I_R$$

$$I_S = Y V_R + \left(1 + \frac{1}{2}ZY\right) I_R$$

เขียนในรูปเมทริกซ์ (Matrix) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{2}YZ & Z + \frac{1}{4}YZ^2 \\ Y & 1 + \frac{1}{2}ZY \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

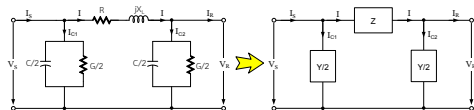
ได้ค่าคงที่

$$A = 1 + \frac{1}{2}YZ = D$$

$$B = Z + \frac{1}{4}YZ^2$$

$$C = Y$$

10

5.2.2 วงจรเทียบเคียงแบบ π (Nominal π circuit)

$$V_S = \left(1 + \frac{1}{2}YZ\right) V_R + Z I_R$$

$$I_S = \left(Y + \frac{1}{4}Y^2Z\right) V_R + \left(1 + \frac{1}{2}YZ\right) I_R$$

เขียนในรูปเมทริกซ์ (Matrix) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{2}YZ & Z \\ Y + \frac{1}{4}Y^2Z & 1 + \frac{1}{2}YZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

ได้ค่าคงที่

$$A = 1 + \frac{1}{2}YZ = D$$

$$B = Z$$

$$C = Y + \frac{1}{4}Y^2Z$$

11

การควบคุมแรงดันไฟฟ้า (Voltage regulation)

$$\text{Voltage regulation} = \frac{(|V_S| - |A|) - |V_{R,FL}|}{|V_{R,FL}|} \times 100$$

เมื่อ $|V_S|$ = ขนาดแรงดันไฟฟ้าด้านต้นสายต่อเฟส $|V_{R,FL}|$ = ขนาดของแรงดันไฟฟ้าด้านปลายสายต่อเฟสขณะจ่ายโหลดเต็มที่ $|A|$ = ขนาดของค่าคงที่ A ของสายส่ง

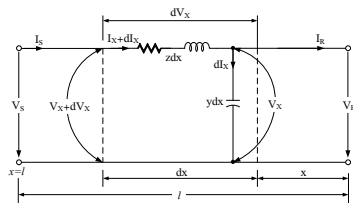
ตัวอย่างที่ 5.3 สายส่งกำลังไฟฟ้า 3 เฟส ขนาดแรงดัน 138 kV ต่อกับโหลด 49 MW ที่เพาเวอร์แฟกเตอร์ 0.85 ล้าหลัง มีค่า $Z = 95/78^\circ \Omega$ และ $Y = 0.001/90^\circ \text{ S}$ จงใช้วงจรเทียบเคียงแบบ T หาค่าต่อไปนี้

- ค่าคงที่ A, B, C และ D ของสายส่ง
- แรงดันไฟฟ้าที่สายด้านต้นสายส่ง
- กระแสไฟฟ้าที่สายด้านต้นสายส่ง
- เพาเวอร์แฟกเตอร์ต้นสาย
- การควบคุมแรงดันไฟฟ้า
- ประสิทธิภาพของสายส่ง

วิธีทำ

12

5.3 สายส่งกำลังไฟฟ้าระยะยาว (Long transmission line)



dx = ส่วนย่อยของสายส่งที่พิจารณา
 V_x และ I_x = แรงดันและกระแสไฟฟ้าทางด้านปลายของ dx
 z และ y = อิมพีแดนซ์และแอดมิตแตนซ์ต่อหน่วยความยาว
 $z dx$ และ $y dx$ = อิมพีแดนซ์และแอดมิตแตนซ์ที่ประกอบอยู่ในส่วนของ dx
 $V_x + dV_x$ และ $I_x + dI_x$ = แรงดันและกระแสไฟฟ้าทางด้านต้นของ dx

13

$$V(x) = \frac{(\cosh \sqrt{yz} x)}{A} V_R + \frac{(\sqrt{z/y} \sinh \sqrt{yz} x)}{B} I_R$$

$$I(x) = \frac{(\sqrt{y/z} \sinh \sqrt{yz} x)}{C} V_R + \frac{(\cosh \sqrt{yz} x)}{D} I_R$$

$$V(x) = (\cosh \gamma x) V_R + (Z_C \sinh \gamma x) I_R$$

$$I(x) = (Y_C \sinh \gamma x) V_R + (\cosh \gamma x) I_R$$

$Z_C = \sqrt{z/y}$ = อิมพีแดนซ์ลักษณะ (Characteristic impedance) ต่อหน่วยความยาว

$Y_C = \sqrt{y/z}$ = แอดมิตแตนซ์ลักษณะ (Characteristic admittance) ต่อหน่วยความยาว

สำหรับค่า γ เป็นค่าที่เกิดจากรูปลักษณ์แม่เหล็กในสายส่ง ซึ่งทำให้ขนาดของแรงดันและกระแสมีการเปลี่ยนแปลง เรารู้จักค่า γ นี้ว่า "ค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น (Propagation constant)"

$$\gamma = \sqrt{yz} = \alpha + j\beta$$

เมื่อ α = ค่าคงที่ลดจำนวน (Attenuation constant : ซึ่งหมายถึง V และ I ที่ลดจำนวนตามทิศทางของการเคลื่อนที่ในสายส่ง) มีหน่วยเป็นเนเปอร์ (Nepers) ต่อหน่วยความยาว
 β = ค่าคงที่เฟส (Phase constant : ซึ่งหมายถึงมุมระหว่าง V และ I หรือ V กับ I ที่เปลี่ยนตามรูปลักษณ์แม่เหล็กในสายส่ง) มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อหน่วยความยาว

14

5.3.1 การคำนวณสายส่งระยะยาวด้วยการฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก (Hyperbolic function)

ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกจะมีอยู่ในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential function ; e^x) ดังนี้

$$\sinh = \frac{1}{2}(e^{\theta} - e^{-\theta}) \quad \text{และ} \quad \cosh = \frac{1}{2}(e^{\theta} + e^{-\theta})$$

เมื่อ x เป็นความยาวของสายส่งทั้งหมดหรือ $x = l$ ทำให้สมการ 5.42 และสมการ 5.43 มีค่าเป็น

$$V_S = (\cosh \gamma l) V_R + (Z_C \sinh \gamma l) I_R$$

$$I_S = (Y_C \sinh \gamma l) V_R + (\cosh \gamma l) I_R$$

จัดให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_C \sinh \gamma l \\ Y_C \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & -Z_C \sinh \gamma l \\ -Y_C \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix}$$

$$V_R = (\cosh \gamma l) V_S - (Z_C \sinh \gamma l) I_S$$

$$I_R = -(Y_C \sinh \gamma l) V_S + (\cosh \gamma l) I_S$$

15

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix}$$

$$A = \cosh \gamma l$$

$$B = Z_C \sinh \gamma l$$

$$C = Y_C \sinh \gamma l$$

$$D = A = \cosh \gamma l$$

โดย

$$\sinh \gamma l = \frac{1}{2}(e^{\gamma l} - e^{-\gamma l})$$

$$\cosh \gamma l = \frac{1}{2}(e^{\gamma l} + e^{-\gamma l})$$

16

ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิก (Hyperbolic function) ในสมการทั้งหมดหาได้ดังนี้

วิธีที่ 1 :

$$\sinh \gamma l = \sinh(\alpha l + j\beta l)$$

$$\sinh \gamma l = \sinh \alpha l \cosh \beta l + j \cosh \alpha l \sinh \beta l$$

$$\cosh \gamma l = \cosh(\alpha l + j\beta l)$$

$$\cosh \gamma l = \cosh \alpha l \cosh \beta l + j \sinh \alpha l \sinh \beta l$$

วิธีที่ 2 :

$$\sinh \gamma l = \sinh(\alpha l + j\beta l) = \frac{1}{2}(e^{\alpha l} e^{j\beta l} - e^{-\alpha l} e^{-j\beta l})$$

$$\sinh \gamma l = \frac{1}{2}(e^{\alpha l} \angle \beta l - e^{-\alpha l} \angle -\beta l)$$

$$\cosh \gamma l = \cosh(\alpha l + j\beta l) = \frac{1}{2}(e^{\alpha l} e^{j\beta l} + e^{-\alpha l} e^{-j\beta l})$$

$$\cosh \gamma l = \frac{1}{2}(e^{\alpha l} \angle \beta l + e^{-\alpha l} \angle -\beta l)$$

มุม βl ในสมการ 5.62 และสมการ 5.63 เป็นมุมเรเดียน ดังนั้นจึงต้องเปลี่ยนมุมดังกล่าวให้เป็นมุมองศา เช่น

$$\angle \beta l = 0.4582 \text{ rad.} = \frac{180^\circ \times 0.4582}{\pi} = 26.25^\circ$$

17

ตัวอย่างที่ 5.5 สายส่งกำลังไฟฟ้า 3 เฟส ระยะทาง 150 mile ขนาด 50 Hz ต่อเข้ากับโหลดขนาด 50 MVA, 230 kV ที่เพาเวอร์แฟกเตอร์ 0.85 ล้าหลัง มีค่า $R = 0.1858 \Omega/\text{mile}$, $L = 2.6 \text{ mH}/\text{mile}$ และ $C = 0.012 \mu\text{F}/\text{mile}$ จงหาค่าต่อไปนี้

- ค่าคงที่ A, B, C และ D ของสายส่ง
- แรงดันไฟฟ้าที่สายด้านต้นสายส่ง
- กระแสไฟฟ้าที่สายด้านต้นสายส่ง
- เพาเวอร์แฟกเตอร์ต้นสาย
- กำลังไฟฟ้าด้านต้นสายส่ง
- กำลังไฟฟ้าสูญเสียของสายส่ง
- การควบคุมแรงดันไฟฟ้า
- ประสิทธิภาพของสายส่ง

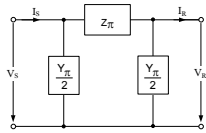
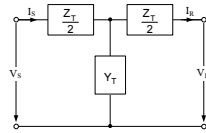
วิธีทำ

.....

.....

18

5.3.2 การเขียนวงจรเทียบเคียงแบบ T และแบบ π แทนสายส่งระยะยาว

(ก) วงจรเทียบเคียงแบบ π 

(ข) วงจรเทียบเคียงแบบ T

กรณีวงจรเทียบเคียงแบบ π

$$\boxed{Z_\pi = B}$$

หรือ

$$\boxed{\frac{Y_\pi}{2} = \frac{A-1}{B}}$$

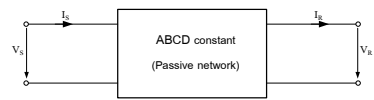
กรณีวงจรเทียบเคียงแบบ T

$$\boxed{Y_T = C}$$

$$\boxed{\frac{Z_T}{2} = \frac{A-1}{C}}$$

19

5.4 ค่าคงที่ ABCD ของสายส่งกำลังไฟฟ้า



การแทนวงจรไฟฟ้า 2 ทาง ด้วยค่าคงที่ ABCD

$$V_S = AV_R + BI_R$$

$$I_S = CV_R + DI_R$$

1) ค่าคงที่ของสายส่งระยะสั้นสมการแรงดันและกระแสของวงจร คือ

$$V_S = V_R + ZI_R$$

$$I_S = I_R$$

เมื่อเทียบค่าสัมประสิทธิ์จะได้ค่าคงที่ ABCD คือ

$$A = 1$$

$$C = 0$$

$$B = Z$$

$$D = 1$$

20

2) ค่าคงที่ของสายส่งระยะปานกลาง

- วงจรเทียบเคียงแบบ T สมการแรงดันและกระแสของวงจร คือ

$$V_S = \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2}ZY\right)}_A V_R + \underbrace{\left(Z + \frac{1}{4}YZ^2\right)}_B I_R$$

$$I_S = \underbrace{Y}_C V_R + \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2}ZY\right)}_D I_R$$

เมื่อเทียบค่าสัมประสิทธิ์จะได้ค่าคงที่ ABCD คือ

$$A = 1 + \frac{1}{2}YZ \quad B = Z + \frac{1}{4}YZ^2$$

$$C = Y \quad D = 1 + \frac{1}{2}YZ$$

- วงจรเทียบเคียงแบบ π สมการแรงดันและกระแสของวงจร คือ

$$V_S = \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2}YZ\right)}_A V_R + \underbrace{Z}_B I_R$$

$$I_S = \underbrace{\left(Y + \frac{1}{4}Y^2Z\right)}_C V_R + \underbrace{\left(1 + \frac{1}{2}YZ\right)}_D I_R$$

เมื่อเทียบค่าสัมประสิทธิ์จะได้ค่าคงที่ ABCD คือ

$$A = 1 + \frac{1}{2}YZ \quad B = Z$$

$$C = Y + \frac{1}{4}Y^2Z \quad D = 1 + \frac{1}{2}YZ$$

21

3) ค่าคงที่ของสายส่งระยะยาวสมการแรงดันและกระแสของวงจร คือ

$$V_S = \underbrace{(\cosh \gamma l)}_A V_R + \underbrace{(Z_0 \sinh \gamma l)}_B I_R$$

$$I_S = \underbrace{(Y_0 \sinh \gamma l)}_C V_R + \underbrace{(\cosh \gamma l)}_D I_R$$

เมื่อเทียบค่าสัมประสิทธิ์จะได้ค่าคงที่ ABCD คือ

$$A = (\cosh \gamma l) \quad B = Z_0 \sinh \gamma l$$

$$C = Y_0 \sinh \gamma l \quad D = (\cosh \gamma l)$$

ค่าความสัมพันธ์ของค่าคงที่ ABCD จะเป็นไปตามสมการดังนี้

$$AD - BC = 1$$

เมื่อ $A = D$ เป็นจำนวนเชิงซ้อนไม่มีหน่วย $B =$ อิมพีแดนซ์ (Ω) $C =$ แอดมิตแตนซ์ (S)

22